



Nr ćwiczenia:	11
Tytuł ćwiczenia:	Modelowanie zjawisk dynamicznych
Nazwa przedmiotu:	Modelowanie Procesów

1. Cel ćwiczenia:

- zapoznanie z opisami rzeczywistych zjawisk za pomocą równań różniczkowych,
- wykorzystanie w modelowaniu procesów środowiska Simulink.

2. Urządzenia i oprogramowanie niezbędne do realizacji ćwiczenia:

- stanowisko komputerowe z oprogramowaniem MATLAB i pakietem Simulink.

3. Przebieg ćwiczenia:

1. Wprowadzenie do tematyki ćwiczenia.
2. Samodzielne rozwiązywanie zadań.
3. Sprawdzenie poprawności rozwiązania zadań.

4. Literatura:

1. Pratap R.: *Matlab 7 dla naukowców i inżynierów*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 2006.
2. Sradomski W.: *MATLAB. Praktyczny podręcznik modelowania*. Wyd. Helion, 2015.
3. Osowski S.: *Modelowanie i symulacja układów dynamicznych z zastosowaniem języka Simulink*. Oficyna Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999.

1. Wprowadzenie do tematyki ćwiczenia.

Równania różniczkowe znajdują szerokie zastosowanie w procesie analizy układów mechanicznych, fizycznych oraz zjawisk. W celu rozwiązania równań różniczkowych ruchu, który opisany jest zazwyczaj jako pochodne po czasie, wykorzystuje się standardowe bloki pakietu Simulink. Układy opisane są zazwyczaj w formie równań następującej postaci:

$$m\ddot{x} = mg - C_x\dot{x}$$
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - C_x\frac{dx}{dt}$$



2. Samodzielne rozwiązywanie zadań.

Zadanie 1. [IOS]

W pewnej miejscowości oddalonej od innych siedzib ludzkości w której zamieszkuje N osób wybuchła epidemia. W momencie wykrycia epidemii:

- y_0 ludzi zachorowało i było nosicielami infekcji,
- x_0 osób było zdrowych, ale potencjalnie narażonych,
- $z_0 = N - x_0 - y_0$ osób już chorowało i dzięki temu byli odporni na wirusa.

Wirus działa w ten sposób, iż codziennie chora osoba zaraża β innych osób, a infekcja trwa przeciętnie γ dni. Jeżeli przyjmie się, iż:

- x – liczba osób zdrowych narażonych na zachorowanie,
- y – liczba osób chorych (nosicieli infekcji),
- z – liczba osób zdrowych uodpornionych na wirus,

a ponadto założyć się, iż liczba zachorowań jest wprost proporcjonalna do liczby spotkań chorych ze zdrowymi nieuodpornionymi, to proces ten będą opisywać następujące równania:

$$\dot{x} = -\frac{\beta}{N} \cdot x \cdot y \quad \dot{y} = \frac{\beta}{N} \cdot x \cdot y - \frac{1}{\gamma} \cdot y \quad \dot{z} = \frac{1}{\gamma} \cdot y$$

Warunki początkowe, to:

- $x(0) = x_0$ – liczba osób zdrowych narażonych na zachorowanie w chwili $t = 0$,
- $y(0) = y_0$ – liczba osób chorych, nosicieli wirusa w chwili $t = 0$,
- $z(0) = z_0$ – liczba osób zdrowych, uodpornionych na wirus w chwili $t = 0$.

Przyjmując dane:

$\beta = 1$ osoba/dzień

$\gamma = 10$ dni/osobę

$N = 1000$

$x_0 = 900$

$y_0 = 90$

$z_0 = 10$

Określić w którym dniu w ciągu epidemii wystąpi maksymalna liczba zachorowań.

*Uwaga! Jeden dzień (doba) odpowiada jednej jednostce czasu maszynowego!
(1 doba – 1 sekunda)*



Zadanie 2.

Ruch wahadła Foucaulta można opisać za pomocą układu równań:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega \sin\lambda \dot{y} - \frac{g}{L}x \\ \ddot{y} = -2\Omega \sin\lambda \dot{x} - \frac{g}{L}y \end{cases}$$

Zasymulować ruch wahadła (przedstawić na wykresie jego trajektorię) w czasie 3600 sekund.

Dane:

$$g = 9.81 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$L = 65 \text{ [m]}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{86400} \text{ [rad/s]}$$

$$\lambda = \frac{49}{180\pi} \text{ [rad]}$$

Warunki początkowe:

$$x_0 = \frac{L}{100}$$

$$y_0 = 0$$

$$\dot{x}_0 = 0$$

$$\dot{y}_0 = 0$$

Uwaga! W ustawieniach solvera (*Model Configuration Parameters*) należy zmienić tolerancję względną (*Relative Tolerance*) na wartość **1e-5**, a do wyświetlenia wykresu użyć bloku **XY Graph**.

3. Sprawdzenie poprawności rozwiązania zadań.

Rozwiązanie zadań należy zgłosić osobie prowadzącej zajęcia oraz omówić uzyskane rezultaty.